

6 文字定数を含む場合の2次関数の最大・最小 (数I「2次関数」)

関連：前 中学校では扱わない 後 絶対値(数A), 三角比の値(数I)

1 つまづきの内容

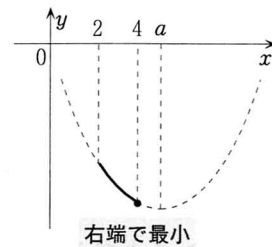
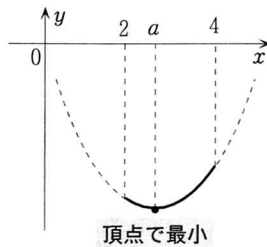
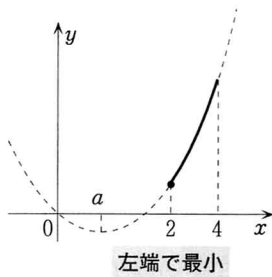
高校1年の数学は、数学の2次関数で始まることが多いが、2次関数の発展的な内容である文字定数を含む場合の最大最小は、多くの生徒にとって、つまづきやすい内容である。具体的には、次のような問題である。

2次関数 $y = x^2 - 2ax$ ($a > 0$) の $2 \leq x \leq 4$ における最小値を求めよ。

解) $y = (x-a)^2 - a^2$ ……①

より、軸の方程式は、 $x = a$ である。

- | | | |
|----------------------------------|--------------------------------|-----------------------------------|
| (i) $0 < a < 2$ のとき | (ii) $2 \leq a < 4$ のとき | (iii) $4 \leq a$ のとき |
| $x = 2$ のとき最小で
最小値は、 $4 - 4a$ | $x = a$ のとき最小で
最小値は、 $-a^2$ | $x = 4$ のとき最小で
最小値は、 $16 - 8a$ |



- (i), (ii), (iii)より、求める最小値は
- | | | |
|--------------------|-----------|-------|
| $0 < a < 2$ のとき | $4 - 4a$ | } (答) |
| $2 \leq a < 4$ のとき | $-a^2$ | |
| $4 \leq a$ のとき | $16 - 8a$ | |

「軸の方程式 $x = a$ の a の値によって場合分けして答える」のがポイントであるが、

- ① 場合分けとは何なのかがわからない。
(x が変数なのに、 a の値もなぜ変わるのかがわからない。)
- ② なぜ軸の値で場合分けしなければならないのかわからない。
- ③ どのように場合分けすればよいのかわからない。

というようなことが、生徒にとっての疑問点である。

このことは、数学Aの数と式の内容である「絶対値の場合分け」にも、共通して言えそうである。