

4 2次関数の最大・最小や2次不等式にグラフを利用する指導例

(1) 2次関数の最大・最小

(例) $y = x^2 - 2x - 2$ ($-1 \leq x \leq 2$) における最大値・最小値を求めよ。

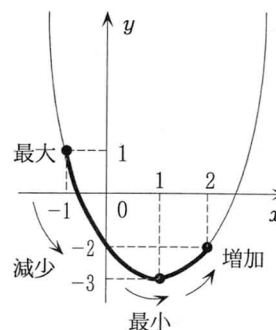
$$y = (x-1)^2 - 3 \dots\dots \text{頂点}(1, -3)$$

グラフ上で、 $x = -1$ から $x = 2$ まで点を動かして、 y の値の変化を示すと関数の増減がわかりやすい。

x の値が、 -1 から 2 まで変化するのにしたがって、

- ① 出発点の y の値は、 1
- ② y はそこから減少を続け、頂点で y の値が最小
- ③ y はその後増加して、終点の y の値が、 -2

ここで、グラフの値の変化を見て、最大値・最小値がわかる。(最大値は①と③を比較させる)



(注) 数直線や座標軸になぜ矢印がついているのかについて、確認するとよい。

中学校では、矢印を付けていない。(中・高ともに教師はこの違いをあまり認識していない)

(2) 2次方程式・2次不等式

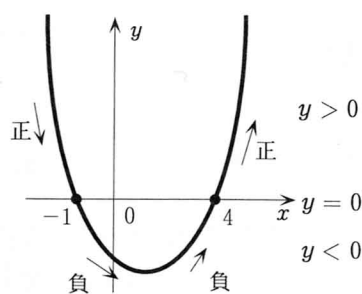
(例) 2次関数 $y = x^2 - 3x - 4$ において、 x 軸との交点を求めよ。

また、2次不等式 $x^2 - 3x - 4 > 0$ を満たす x の値の範囲を求めよ。

$y = (x+1)(x-4)$ として、 y の符号を考える。

- ① $x < -1 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 > 0$ ($y > 0$)
- ② $x = -1 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$ ($y = 0$)
- ③ $-1 < x < 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 < 0$ ($y < 0$)
- ④ $x = 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$ ($y = 0$)
- ⑤ $4 < x \Rightarrow x^2 - 3x - 4 > 0$ ($y > 0$)

のように、グラフの y の値の変化に注目させる。



(工夫1) グラフの矢印に沿って点を動かして、 x 座標と y 座標がどう変化するかを、動かす点の座標を x 軸、 y 軸に値を対応させながら示す。

(工夫2) $y > 0$, $y = 0$, $y < 0$ の部分を色分けしてわかりやすくする。

(工夫3) 工夫1, 工夫2をコンピュータグラフィックスを利用して示す。