T　なるほど，良いところに気がついたね。分散に$\sqrt{\ }$をかぶせたものが標準偏差だね。ところで，$\sqrt{\ }$の入った式というのは，絶対値の入った式と同じように，式変形がとてもきゅうくつだね。だから，$\sqrt{\ }$をかぶった式は，それ以後の理論の展開にうまく乗っからなくて，そのままでストップしてしまう。分散の場合は，$\sqrt{\ }$がない式だから，理論の展開にうまく乗っかる。そういうわけで，統計学の理論を構築していく上では，この分散が用いられているわけです。統計学は，少し大げさにいうならば，平均値と分散に関する学問である，といってもよいくらいなのです。もっとも，分散も，〝ずれを一辺とする正方形の面積の総和の平均値〟ですから，この意味で，統計学とは，平均値に関する学問である，といっている人もおりますが。

さて，それでは，次に(1)の式を用いて，実際に標準偏差を求めることにしますが，この式をよく見て下さい。先ず平均値$\overline{x}$を求めて，それから$(x_1-\overline{x})^2$，$(x_2-\overline{x})^2$，$(x_3-\overline{x})^2$を計算しなくてはなりません。これでは面どうですので，ふつうは，この式を変形した次の式を用いて計算します。

$$\sigma=\sqrt{\frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2}{3}-\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right)^2}\cdots\cdots\cdots(2)$$

さあ，(1)の式を変形して，(2)の式を導いてみて下さい。

P　…………

P_4　先生，できました。

T　えらいなあ，黒板にやってみて下さい。

P_4

(1)より$\sigma=\sqrt{\frac{1}{3}\{x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+(x_3-\overline{x})^2\}}$

$$=\sqrt{\frac{1}{3}\left(x_1-2\overline{x}x_1+\overline{x}^2+x_2^2-2\overline{x}x_2+\overline{x}^2+x_3^2-2\overline{x}x_3+\overline{x}^2\right)}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{3}\{x_1^2+x_2^2+x_3^2-2\overline{x}(x_1+x_2+x_3)+3\overline{x}^2\}}$$

ここで，$\overline{x}=\frac{x_1+x_2+x_3}{3}$ より $x_1+x_2+x_3=3\overline{x}$

$$\therefore\quad \sigma=\sqrt{\frac{1}{3}\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2-6\overline{x}^2+3\overline{x}^2\right)}$$