9．偏　差　値

⑴　規準値と偏差値

いま，あるデータx_1，x_2，………，x_nの平均値を$\overline{x}$，標準偏差をσとして，このデータを規準化しますと，これらの基準値の平均値は０で，標準偏差は１になります。

このことをまず明らかにしておきましょう。話を簡単にするために，データがx_1，x_2，x_3の３つの場合について説明します。

このデータの平均値を$\overline{x}$，標準偏差をσとしますと，

$$\overline{x}=\frac{x_1+x_2+x_3}{3}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+(x_3-\overline{x})^2}{3}}\ \cdots\cdots\cdots ②$$

でした。さて，３つの数値x_1，x_2，x_3の規準値は，

$$\frac{x_1-\overline{x}}{\sigma},\quad \frac{x_2-\overline{x}}{\sigma},\quad \frac{x_3-\overline{x}}{\sigma}$$

となります。この規準値の平均値を$\overline{X}$，標準偏差をσ_Xとしますと，

$$\overline{X}=\frac{1}{3}\left\{\left(\frac{x_1-\overline{x}}{\sigma}\right)+\left(\frac{x_2-\overline{x}}{\sigma}\right)+\left(\frac{x_3-\overline{x}}{\sigma}\right)\right\}$$

$$=\frac{1}{3}\left\{\frac{x_1+x_2+x_3-3\overline{x}}{\sigma}\right\}$$

①より，$3\overline{x}=x_1+x_2+x_3$ですから，上式の右辺の分子は０になります。

したがって，規準値の平均値：$\overline{X}=0$です。

また，σ_Xについては

$$\sigma_X{}^2=\frac{1}{3}\left\{\left(\frac{x_1-\overline{x}}{\sigma}-\overline{X}\right)^2+\left(\frac{x_2-\overline{x}}{\sigma}-\overline{X}\right)^2+\left(\frac{x_3-\overline{x}}{\sigma}-\overline{X}\right)^2\right\}$$

$$=\frac{1}{3}\left\{\left(\frac{x_1-\overline{x}}{\sigma}\right)^2+\left(\frac{x_2-\overline{x}}{\sigma}\right)^2+\left(\frac{x_3-\overline{x}}{\sigma}\right)^2\right\}\ (\because \overline{X}=0)$$

$$=\frac{1}{3}\left\{\frac{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+(x_3-\overline{x})^2}{\sigma^2}\right\}$$

$$=\frac{1}{\sigma^2}\times\left\{\frac{(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+(x_3-\overline{x})^2}{3}\right\}\ (この\{\ \ \}は②^2ですから)$$

$$=\frac{1}{\sigma^2}\times\sigma^2=1$$