

ところで、得点を偏差値に変換しますと、変換された偏差値集団の平均値は50、その標準偏差は10になることは、変換式①から明らかなのですが、ここでは、3つの得点の例によって、このことを直接確かめることにします。

いま、3つの得点を、 $x_1, x_2, x_3$ とし、その偏差値を $y_1, y_2, y_3$ としますと、  

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \dots\dots(イ), \quad \sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2}{3} \dots\dots(ロ)$$

$$y_1 = \left(\frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma}\right) \times 10 + 50, \quad y_2 = \left(\frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma}\right) \times 10 + 50, \quad y_3 = \left(\frac{x_3 - \bar{x}}{\sigma}\right) \times 10 + 50$$

偏差値の平均値を $\bar{Y}$ 、標準偏差を $\sigma_y$ としますと、

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= \frac{1}{3} \left[ \left\{ \left(\frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma}\right) \times 10 + 50 \right\} + \left\{ \left(\frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma}\right) \times 10 + 50 \right\} + \left\{ \left(\frac{x_3 - \bar{x}}{\sigma}\right) \times 10 + 50 \right\} \right] \\ &= \frac{1}{3} [10 \times \left\{ \frac{(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + (x_3 - \bar{x})}{\sigma} \right\} + 150] \\ &= \frac{1}{3} [10 \times \left\{ \frac{x_1 + x_2 + x_3 - 3\bar{x}}{\sigma} \right\} + 150] \quad ((イ)より \{ \} の分子 = 0) \end{aligned}$$

$$\therefore \bar{Y} = \frac{1}{3} [150] = 50 \quad \therefore \bar{Y} = 50$$

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= \frac{1}{3} \left[ \left\{ \left(\frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma}\right) \times 10 + 50 - \bar{Y} \right\}^2 + \left\{ \left(\frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma}\right) \times 10 + 50 - \bar{Y} \right\}^2 + \left\{ \left(\frac{x_3 - \bar{x}}{\sigma}\right) \times 10 + 50 - \bar{Y} \right\}^2 \right] \\ &= \frac{1}{3} \left[ \left\{ \left(\frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma}\right) \times 10 \right\}^2 + \left\{ \left(\frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma}\right) \times 10 \right\}^2 + \left\{ \left(\frac{x_3 - \bar{x}}{\sigma}\right) \times 10 \right\}^2 \right] \quad (\because \bar{Y} = 50) \\ &= \frac{1}{3} \left[ 10^2 \times \left\{ \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2}{\sigma^2} \right\} \right] \\ &= \frac{10^2}{\sigma^2} \times \left\{ \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2}{3} \right\} \quad ((ロ)より \{ \} = \sigma^2) \end{aligned}$$

$$= 10^2 \quad \therefore \sigma_y = 10$$

以上は、3つの得点によって説明したのですが、得点の数がいくら多くても全く同じことです。すなわち、

偏差値の平均値は50、標準偏差は10