

理論度数ともに5以上の場合

$$\chi^2 = \frac{(\text{観察度数} - \text{理論度数})^2}{(\text{理論度数})} \text{の総和} = \sum_{ij} \frac{(f_{ij} - F_{ij})^2}{F_{ij}}$$

は、ほぼ、自由度 $(k-1)(l-1)$ の χ^2 分布をする。

(表ハ)

	B_1	B_2	\dots	B_l	計
A_1	f_{11}	f_{12}	\dots	f_{1l}	a_1
A_2	f_{21}	f_{22}	\dots	f_{2l}	a_2
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_k	f_{k1}	f_{k2}	\dots	f_{kl}	a_k
計	b_1	b_2	\dots	b_l	n

(表ニ)

	B_1	B_2	\dots	B_l	計
A_1	F_{11}	F_{12}	\dots	F_{1l}	a_1
A_2	F_{21}	F_{22}	\dots	F_{2l}	a_2
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
A_k	F_{k1}	F_{k2}	\dots	F_{kl}	a_k
計	b_1	b_2	\dots	b_l	n

(注6) 仮設 H_0 のもとでは、任意に抽出した1つの要素が、 $A_i \cap B_j$ に属する確率は、 $P(A_i \cap B_j) = p(A_i) \cdot p(B_j)$ である。これを $\frac{a_i}{n} \times \frac{b_j}{n}$ で代用すると、 n 個のうち、 $A_i \cap B_j$ に属するものの理論度数 F_{ij} は、

$$F_{ij} = n \times \frac{a_i}{n} \times \frac{b_j}{n}$$

$$\therefore F_{ij} = \frac{a_i b_j}{n}$$

で表すことができます。

(注7) $\sum_{ij} \frac{(f_{ij} - F_{ij})^2}{F_{ij}} = \sum_{ij} \frac{f_{ij}^2}{F_{ij}} - n$ と変形できます。

この(定理7)を用いた χ^2 検定(独立性の検定)は、前に説明した(定理6)による χ^2 検定(適合度の検定)と全く同じように話を進めればよいのです。