

問2 生のデータから求めた平均値 \bar{x} と、度数分布表から求めた平均値 \bar{x}' との差は、どのように考えればよいのですか。

(答え) 度数分布表の階級の幅を c としますと、 $|\bar{x} - \bar{x}'| \leq \frac{c}{2}$ となることは、容易に証明できます。つまり、次の不等式が成立します。

$$\bar{x}' - \frac{c}{2} \leq \bar{x} \leq \bar{x}' + \frac{c}{2}$$

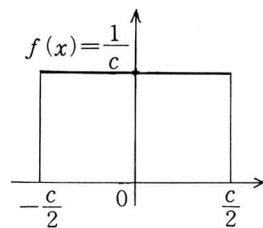
例えば、 $c=10$ としますと、 \bar{x} と \bar{x}' との間には、最大限 ± 5 の差があることになり、ちょっと、大きなずれのような気がします。したがって、できるだけくわしく平均値を求めたいときには、階級の幅 c を小さくしなければなりません。しかし、逆に c を小さくしますと、度数分布表から、全体の傾向がつかみにくくなります。

要するに、そのデータから、どの程度のことを知りたいのか、そこをよく確かめてから度数分布表をつくるようにします。どうしてもくわしい平均値を知る必要があるときには、生のデータから平均値を計算しなければなりません。

ちょっと固いことをいいましたが、実際には、 n がある程度大のとき、 \bar{x} と \bar{x}' との差はそう大きなものにはならないようです。

また、この理論的背景には、次のことがあげられます。

階級内の各値の誤差 X_i が一様分布をする、と仮定しますと、



- X_i の平均値 $m = \int_{-c/2}^{c/2} x f(x) dx = \frac{1}{c} \int_{-c/2}^{c/2} x dx = 0$
- X_i の分散 $\sigma^2 = \int_{-c/2}^{c/2} (x - m)^2 f(x) dx$
 $= \frac{1}{c} \int_{-c/2}^{c/2} x^2 dx = \frac{c^2}{12}$

したがって、 n が十分大のときには、誤差の平均値 \bar{X} の分布は、正規分布 $N(0, \frac{c^2}{12})$ に近似します。そして、誤差の平均値と、度数分布表から得られた平均値の誤差 E とは一致しますので、