

問5 平均偏差 η と、標準偏差 σ との大小関係はどうなっているのですか。

(答え) データを, x_1, x_2, \dots, x_n とし, その平均値を \bar{x} としますと,

$$\eta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|, \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

いま, $|x_i - \bar{x}| = y_i$ とおくと, $\eta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \bar{y}$

y_1, y_2, \dots, y_n の分散を σ_y^2 とすると,

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \bar{y}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|^2 - \eta^2$$

$$\therefore \sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 - \eta^2$$

ここで, $\sigma_y^2 \geq 0$, $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sigma^2$

$$\therefore \sigma^2 - \eta^2 \geq 0$$

$$\therefore \sigma^2 \geq \eta^2$$

$$\therefore \sigma \geq \eta$$