

問16 2×2 分割表での χ^2 の式 (p115) は、どのようにして導くのですか。

(答え)

(観察度数)			
	B_1	B_2	計
A_1	a	c	$a + c$
A_2	b	d	$b + d$
計	$a + b$	$c + d$	n

(理論度数)			
	B_1	B_2	計
A_1	$\frac{(a+b)(a+c)}{n}$	$\frac{(c+d)(a+c)}{n}$	$a + c$
A_2	$\frac{(a+b)(b+d)}{n}$	$\frac{(c+d)(b+d)}{n}$	$b + d$
計	$a + b$	$c + d$	n

ただし, $n = a + b + c + d$

$$\begin{aligned}
 a - \frac{(a+b)(a+c)}{n} &= \frac{(ad-bc)}{n}, & b - \frac{(a+b)(b+d)}{n} &= -\frac{(ad-bc)}{n} \\
 c - \frac{(c+d)(a+c)}{n} &= -\frac{(ad-bc)}{n}, & d - \frac{(c+d)(b+d)}{n} &= \frac{(ad-bc)}{n} \\
 \therefore \chi^2 &= \frac{\left\{ \frac{(ad-bc)}{n} \right\}^2}{\frac{(a+b)(a+c)}{n}} + \frac{\left\{ -\frac{(ad-bc)}{n} \right\}^2}{\frac{(a+b)(b+d)}{n}} + \frac{\left\{ -\frac{(ad-bc)}{n} \right\}^2}{\frac{(c+d)(a+c)}{n}} \\
 & & & + \frac{\left\{ \frac{(ad-bc)}{n} \right\}^2}{\frac{(c+d)(b+d)}{n}}
 \end{aligned}$$

右辺を計算して

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$