

問17 2×2 分割表での母比率の差の検定： χ^2 検定は、大標本の場合の母比率の差の検定と同じものである、と書かれてありますが (p115)、これを説明してください。

(答え) 下の表は、あるテストの一小問の結果について、任意に抽出した男子 $(a + b)$ 人、女子 $(c + d)$ 人の成績をまとめたものです。

	男	女	計
正答者	a	c	$a + c$
誤答者	b	d	$b + d$
計	$a + b$	$c + d$	n

○ χ^2 検定のとき (p 115)

$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)} \dots\dots (1)$$

(ただし、 $n = a + b + c + d$)

○ 大標本の場合の母比率の差の検定のとき (p 100)

$$z = \frac{\bar{p}_1 - \bar{p}_2}{\sqrt{pq \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad \text{ここで、} \bar{p}_1 = \frac{a}{a+b}, \bar{p}_2 = \frac{c}{c+d}$$

$$p = \frac{a+c}{n}, q = \frac{b+d}{n}, n_1 = a+b, n_2 = c+d$$

$$\therefore z = \frac{\frac{a}{a+b} - \frac{c}{c+d}}{\sqrt{\frac{(a+c)}{n} \cdot \frac{(b+d)}{n} \left\{ \frac{(a+b)+(c+d)}{(a+b)(c+d)} \right\}}} = \frac{\frac{ad - bc}{(a+b)(c+d)}}{\sqrt{\frac{(a+c)(b+d)}{n(a+b)(c+d)}}}$$

$$\therefore z^2 = \frac{(ad - bc)^2}{(a+b)^2(c+d)^2} \times \frac{n(a+b)(c+d)}{(a+c)(b+d)} = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

となり、これは(1)の右辺の式と全く同じものになります。