$$r=\frac{\Sigma X_iY_i}{\sqrt{\Sigma X_i^2}\sqrt{\Sigma Y_i^2}}$$

$$\therefore \quad r=\frac{X_1Y_1+X_2Y_2+\cdots\cdots+X_nY_n}{\sqrt{(X_1^2+X_2^2+\cdots\cdots+X_n^2)(Y_1^2+Y_2^2+\cdots\cdots+Y_n^2)}}$$

これと③より，

$$-1 \leqq r \leqq 1$$

ここで，等号は(2)が成立するとき，すなわち，

$$\frac{y_1-\overline{y}}{x_1-\overline{x}}=\frac{y_2-\overline{y}}{x_2-\overline{x}}=\cdots\cdots\cdots=\frac{y_n-\overline{y}}{x_n-\overline{x}}\ (=t\ \text{とおく})$$

の成立するとき，ということになります。このとき，

$y_1-\overline{y}=t(x_1-\overline{x})$，$y_2-\overline{y}=t(x_2-\overline{x})$，$\cdots\cdots y_n-\overline{y}=t(x_n-\overline{x})$
より，各点 $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$，……，$(x_n,\ y_n)$ は点 $(\overline{x},\ \overline{y})$ を通る直線 $y-\overline{y}=t(x-\overline{x})$ の上にあることがわかります。

（$t>0$ のときは，右上りの直線，$t<0$ のときは，右下りの直線）

逆に，各点が直線 $y-\overline{y}=t(x-\overline{x})$ 上にあれば，
$y_i-\overline{y}=t(x_i-\overline{x})$ を(4)式に代入することによって，$r=\pm1$ が得られます。（$t>0$ のとき $r=1$，$t<0$ のとき $r=-1$）