

問19 スピアマンの順位相関係数について説明してください。

(答え) スピアマンの順位相関係数 r は、データの順位を利用して、相関の程度を判定するために考え出されたものです。これは、 X 、 Y のピアソンの相関係数を求めるかわりに、それぞれの順位の相関係数を求めるものです。

(表1)

生徒	国語得点 X	算数得点 Y	国語順位 x	算数順位 y
A	75	70	6	5
B	95	75	2	4
C	50	40	9	10
D	100	80	1	3
E	85	65	4	6
F	90	95	3	1
G	80	90	5	2
H	40	55	10	8
I	55	45	8	9
J	70	60	7	7

X 、 Y のピアソンの相関係数 r の定義式は、

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

この式から、左(表1)を参考にしながらスピアマンの順位相関係数の式を導くことにします。

$$\circ \sum x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

ここで、 x_1, x_2, \dots, x_n は、重なりなく、1 から n までの値をとりますから、全体としては、

$$\sum x_i = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

これは、 $\sum y_i$ についても同じことですから、

$$\sum x_i = \sum y_i = \frac{n(n+1)}{2} \dots\dots\dots ①$$

同様にして、 $\sum x_i^2$ は全体として、

$$\sum x_i^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$$

$\sum y_i^2$ についても同じことですから、

$$\sum x_i^2 = \sum y_i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \dots\dots\dots ②$$

$$\text{また、} \sum (x_i - y_i)^2 = \sum x_i^2 - 2 \sum x_i y_i + \sum y_i^2$$

$$\therefore \sum (x_i - y_i)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{6} - 2 \sum x_i y_i$$