

$$\therefore \sum x_i y_i = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{\sum (x_i - y_i)^2}{2} \dots\dots\dots ③$$

①, ②, ③を, r の式に代入して整とんしますと,

$$r = 1 - \frac{6 \sum (x_i - y_i)^2}{n(n^2 - 1)}$$

が得られます。この式の r をとくに r_s と表し, これをスピアマンの順位相関係数といいます。

(表2)

生徒	順位 x	順位 y	$(x-y)^2$
A	6	5	1
B	2	4	4
C	9	10	1
D	1	3	4
E	4	6	4
F	3	1	4
G	5	2	9
H	10	8	4
I	8	9	1
J	7	7	0
計			32

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum (x_i - y_i)^2}{n(n^2 - 1)} \dots\dots\dots ④$$

左表から, スピアマンの順位相関係数を求めますと,

$$r_s = 1 - \frac{6 \times 32}{10(10^2 - 1)} \doteq 0.81$$

なお, 同順位 (結び) があるとき, 例えば, (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) 1, 2, 3, 3, 5, 6, 7, 7, 7, 10 の場合には, 3番, 4番の平均は3.5, 7番, 8番, 9番の平均は8ですから, 1, 2, 3.5, 3.5, 5, 6, 8, 8, 8, 10のようにします。そして修正をしますが, これは, 結びが, 基準順位 x にあるか, y にあるかによって, 修正の仕方が異なります。

(表3)

基準順位 x	順位 y	$(x-y)^2$
1	4	9
2	2.5	0.25
3	2.5	0.25
4	1	9
5	6	1
6	6	0
7	6	1
計		20.5

(1) 基準順位に結びがないとき (例 表3)

$$r_s = \frac{6 \{ \sum (x_i - y_i)^2 + U \}}{n(n^2 - 1)}$$

ただし, $U = \frac{\sum (u_i^3 - u_i)}{12}$ ここに, u は結びの数で, 2.5のとき $u_1 = 2, 6, 6, 6$ のとき, $u_2 = 3$ となります。よってこのとき,