

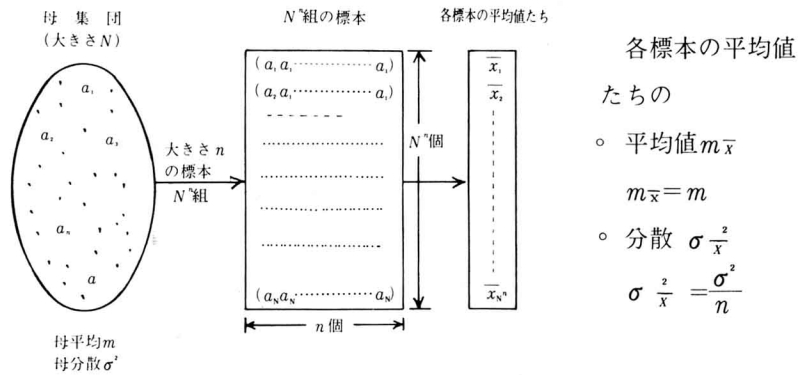
問22 任意抽出法での、復元、非復元抽出における標本平均値たちの分布に関する定理の初等的な証明は、どのようにするのですか。

(答え) ここでは、次の2つの定理の初等的な証明を述べます。

(定理1)

母平均が m 、母分散が σ^2 で大きさが N の母集団から、大きさが n の標本を復元抽出するとき、この標本平均を \bar{X} とすれば、 \bar{X} の分布については、次のことが成り立つ。

- ① \bar{X} の平均： $m_{\bar{X}} = m$
- ② \bar{X} の分散： $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$



(準備1) $m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i$ を用いて変形すれば、

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (a_i - m)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i^2 - m^2$$

$$\therefore \sum a_i^2 = N(m^2 + \sigma^2)$$

(準備2) $(\sum_{i=1}^N a_i)^2 = \sum_{i=1}^N a_i^2 + 2 \sum_{i < j} a_i a_j$

$$\therefore 2 \sum_{i < j} a_i a_j = N^2 m^2 - N(m^2 + \sigma^2)$$