意味で用いています。前問の図を参考にしながらお読みください。

○　復元抽出の場合

N^n組の標本のうち，第i番目の標本について考え，この標本分散をs_i^2としますと，

$$s_i^2=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(a_{ij}-\overline{x}_i)^2 \cdots\cdots ①$$
$$=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^2-\overline{x}_i^2$$

よって，標本分散たちの平均値は，

$$\frac{1}{N^n}\sum_{i=1}^{N^n}s_i^2=\frac{1}{N^n}\sum_{i=1}^{N^n}\{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^2-\overline{x}_i^2\}$$
$$=\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{N^n}(\sum_{j=1}^{n}a_{1j}^2+\cdots\cdots+\sum_{j=1}^{n}a_{N^nj}^2)-\frac{1}{N^n}\sum_{i=1}^{N^n}\overline{x}_i^2 \cdots\cdots ②$$

ここで，(　)内のa^2の数は，結局は$a_1^2\sim a_N^2$が同数ずつあるのですから，前問の図より，$a_i^2$1つ当たり$n\times N^n\div N=nN^{n-1}$　個あることがわかります。

また，$\frac{1}{N^n}\sum_{i=1}^{N^n}(\overline{x}_i-m)^2=\frac{1}{N^n}\sum_{i=1}^{N^n}\overline{x}_i^2-m^2$

（前問の結果より）$=\frac{\sigma^2}{n}$

$$\therefore\ \frac{1}{N^n}\sum_{i=1}^{N}\overline{x}_i^2=\frac{\sigma^2}{n}+m^2$$

よって②は，$\frac{1}{N^n}\Sigma s_i^2=\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{N^n}(nN^{n-1}\sum_{i=1}^{N}a_i^2)-(\frac{\sigma^2}{n}+m^2)$

$$=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}a_i^2-\frac{\sigma^2}{n}-m^2 \cdots\cdots ③$$

ここで，前問(準備１)より　$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}a_i^2=m^2+\sigma^2$

よって③は，$\frac{1}{N^n}\sum_{i=1}^{N^n}s_i^2=\sigma^2-\frac{\sigma^2}{n}$

$$\therefore\ \frac{1}{N^n}\sum_{i=1}^{N^n}s_i^2=\frac{n-1}{n}\sigma^2$$

$$\therefore\ \frac{1}{N^n}\sum_{i=1}^{N^n}\frac{ns_i^2}{n-1}=\sigma^2$$　①より$n.s_i^2=\sum_{i=1}^{n}(a_{ij}-\bar{x}_i)^2$

$$\therefore\ \frac{1}{N^n}\sum_{i=1}^{N^n}\{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(a_{ij}-\overline{x}_i)^2\}=\sigma^2$$

これは，$\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(a_{ij}-\overline{x}_i)^2=s_i'^2$　たちの平均値が，母分散σ^2に一致していることを示しています。

○　非復元抽出の場合

この場合も，復元抽出の場合と全く同じなのですが，一応証明を述べておき