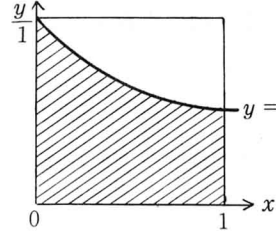


例3 eの近似値



$$S = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx = [\log_e(x+1)]_0^1 = \log_e 2$$

$$\frac{\text{shaded area}}{1} = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} e} \doteq \frac{r}{n}$$

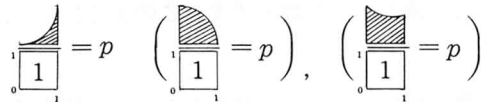
$$\therefore \log_{10} e \doteq 0.3010 \times \frac{n}{r} \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

この場合は、 n 個の点のうち、不等式

$$y \leq \frac{1}{x+1}$$

を満たす点の数 r を求めて、 $\textcircled{3}$ より $\log_{10} e$ の近似値を求めます。教科書に對数表がないときには、これをプリントして渡しておきます。

つぎに、これらの実験における誤差の限界 ϵ と、試行回数 n について考えます。3つの例の斜線部分について、それぞれ p とおきますと、



p は、無限母集団 ${}_0^1[1]$ における母比率を表し、 $\frac{r}{n} = \bar{p}$ は、この無限母集団から任意に抽出された大きさ n の標本の比率を表している、と考えることができます。したがって、p74の(注) から、(1.96は2として)

信頼度95%で、不等式 $|p - \bar{p}| < 2\sqrt{\frac{pq}{n}}$ が成り立ち、さらに、

$$\sqrt{pq} \leq \frac{p+q}{2} = \frac{1}{2} \text{より}$$

$$|p - \bar{p}| < \frac{1}{\sqrt{n}} \text{が成り立ちます。}$$

$$\text{ここで、} \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \epsilon \text{ とおきますと } \frac{1}{\epsilon^2} \leq n$$

同様に、信頼度99%のときは、およそ $\frac{9}{4\epsilon} \leq n$ ($|p - \bar{p}| < 3\sqrt{\frac{pq}{n}}$ より) が成り立ちます。したがって、誤差の限界 ϵ と、試行回数 n との関係は、次表のようになります。

誤差の限界 ϵ		0.1	0.01	0.001	0.0001	0.00001
試行回数 n	信頼度95%	100回	10000	1000000	1億	100億
	信頼度99%	225回	22500	2250000	2億2500万	225億