変量Xが，平均値m，分散σ^2の正規分布（m，σ^2）：

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

に従うとき，変数の変換$\dfrac{X-m}{\sigma}=U$によって，Uは，標準正規分布

$N(0,\ 1)$：

$$\phi(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{2}}$$ （問９参照）

に従うことは，すぐにわかります。変数をこのように，変換すれば，どんな正規分布も，標準正規分布$N(0,\ 1)$に変えることができますから，正規分布に関する確率は，標準正規分布について計算しておけばよいことになります。このようなわけで，

$$P(0\leqq U\leqq t)=P(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}}du$$

におけるtと，それに対応する確率$P(t)$の値を表にしたものが，いわゆる正規分布表といわれているものです。

ところで，この確率の値を求めるための右辺の定積分は，素直に計算できないので，正規分布表の作成は，この定積分の値を，いかにして計算するかにかかってきます。

さて，e^xは，次のように展開されます。

$$e^x=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots\cdots\cdots$$

このxに，$-\dfrac{u^2}{2}$を代入して

$$e^{-\frac{u^2}{2}}=1-\frac{u^2}{1!2}+\frac{u^4}{2!2^2}-\frac{u^6}{3!2^3}+\cdots\cdots$$

よって，$$P(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}}du$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t\left\{1-\frac{u^2}{1!2}+\frac{u^4}{2!2^2}-\frac{u^6}{3!2^3}+\cdots\cdots\cdots\right\}du$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[u-\frac{u^3}{1!2\cdot3}+\frac{u^5}{2!2^2\cdot5}-\frac{u^7}{3!2^3\cdot7}+\cdots\cdots\right]_0^t$$

$$\therefore P(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(t-\frac{t^3}{1!2\cdot3}+\frac{t^5}{2!2^2\cdot5}-\frac{t^7}{3!2^3\cdot7}+\cdots\cdots\cdots\right)\cdots\cdots①$$