ことにします。

4．χ^2 分布表

〔**準備2**〕 ガンマ関数 $\Gamma(\alpha)$ 　$(\alpha>0)$

$$\Gamma(\alpha)=\int x^{\alpha-1}e^{-x}dx$$

（性質） $\Gamma(\alpha+1)=\alpha\,\Gamma(\alpha)$

これは，部分積分法より導かれる。

また，次の等式が成り立つ。

(1) $\Gamma(n+1)=n!$（nは自然数）

(2) $\Gamma(1)=1$

(3) $\Gamma(\frac{1}{2})=\sqrt{\pi}$

確率密度関数$f_n(x)$が

$$f_n(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})}\cdot x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}dx & (x>0)\\ 0 & (x\leqq 0)\end{cases}$$

で定義される分布を，自由度nのχ^2分布といいます。したがって，定積分

$$\chi^2_n(t)=\frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})}\int_0^t x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}dx \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

の値を求めることができれば，〝手さぐり法〟によって，%点も求めることができます。①において，

$$\frac{x}{2}=u\text{とおくと，}\ x=2u$$

$$\begin{array}{c|ccc} x & 0 & \to & t \\ \hline u & 0 & \to & \frac{t}{2}\end{array},\quad dx=2du$$

$$\therefore\quad \chi^2_n(t)=\frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})}\int_0^{\frac{t}{2}}(2u)^{\frac{n}{2}-1}e^{-u}\cdot 2du$$