〔**準備 4**〕 $I(m)=\int \cos^m\theta\, d\theta$ とすると（mは２以上の整数）

$$I(m)=\frac{\sin\theta\cos^{m-1}\theta}{m}+\frac{m-1}{m}I(m-2)$$

これは，部分積分法によって導くことができます。

さて，$-\infty<t<\infty$の範囲のtに対して，確率密度関数$f_n(t)$が

$$f_n(t)=\frac{1}{\sqrt{n}\,B(\frac{1}{2},\ \frac{n}{2})}\left(1+\frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$$

で定義される分布を，自由度nのt分布といいます。したがって，定積分

$$T_n(x)=\frac{1}{\sqrt{n}\,B(\frac{1}{2},\ \frac{n}{2})}\int_0^x\left(1+\frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots①$$

の値を求めることができれば，〝手さぐり法〟によって，%点も求めることもできます。①において，

$$\frac{t}{\sqrt{n}}=\tan\theta \quad とおくと$$

t	$0 \to x$
θ	$0 \to \alpha$,

ただし，$\tan\alpha=\dfrac{x}{\sqrt{n}}$

$$dt=\sqrt{n}\sec^2\theta\, d\theta$$

よって，①は，

$$T_n(x)=\frac{1}{\sqrt{n}\,B(\frac{1}{2},\ \frac{n}{2})}\int_0^\alpha(1+\tan^2\theta)^{-\frac{n+1}{2}}\sqrt{n}\sec^2\theta\, d\theta$$

$$=\frac{1}{B(\frac{1}{2},\ \frac{n}{2})}\int_0^\alpha \sec^{-(n-1)}\, d\theta$$

〔準備 3〕（性質）(2)より，

$$B\left(\frac{1}{2},\ \frac{n}{2}\right)=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^{n-1}\theta\, d\theta$$

$$\therefore T_n(x)=\frac{\int_0^\alpha \cos^{(n-1)}\theta\, d\theta}{2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^{(n-1)}\theta\, d\theta}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots②$$

ただし，　$\sin\alpha=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+n}}$,　$\cos\alpha=\sqrt{\dfrac{n}{x^2+n}}$