(1) n が偶数の場合

〔準備 4〕をくりかえして用いて，②の

$$分子=\int_0^{\alpha}\cos^{n-1}\theta\,d\theta$$

$$=\frac{\sin\alpha\cos^{n-2}\alpha}{n-1}+\frac{n-2}{n-1}\int_0^{\alpha}\cos^{n-3}\alpha\,d\theta$$

$$=\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$=\frac{\sin\alpha\cos^{n-2}\alpha}{n-1}+\frac{(n-2)\sin\alpha\cos^{n-4}\alpha}{(n-1)(n-3)}+\frac{(n-2)(n-4)\sin\alpha\cos^{n-6}\alpha}{(n-1)(n-3)(n-5)}$$

$$+\cdots\cdots+\frac{(n-2)(n-4)\cdots6\cdot4\sin\alpha\cos^{2}\alpha}{(n-1)(n-3)\cdots7\cdot5\cdot3}+\frac{(n-2)(n-4)\cdots6\cdot4\cdot2\sin\alpha}{(n-1)(n-3)\cdots7\cdot5\cdot3\cdot1}$$

$$分母=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^{n-1}\theta\,d\theta$$

$$=\frac{2(n-2)(n-4)\cdots\cdots6\cdot4\cdot2}{(n-1)(n-3)\cdots\cdots\cdots5\cdot3\cdot1}$$

$$\therefore T_n(x)=\frac{\sin\alpha}{2}\left\{1+\frac{1}{2}\cos^2\alpha+\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\cos^4\alpha+\cdots\cdots+\frac{1\cdot3\cdots\cdots(n-3)}{2\cdot4\cdots\cdots(n-2)}\cos^{n-2}\alpha\right\}$$

(2) n が奇数（$n\geqq3$，$n=1$ のときは省略）の場合

②の

$$分子=\int_0^{\alpha}\cos^{n-1}\theta\,d\theta$$

$$=\frac{\sin\alpha\cos^{n-2}\alpha}{n-1}+\frac{(n-2)\sin\alpha\cos^{n-4}\alpha}{(n-1)(n-3)}+\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+\frac{(n-2)(n-4)\cdots5\cdot3\sin\alpha\cos\alpha}{(n-1)(n-3)\cdots\cdots6\cdot4\cdot2}+\frac{(n-2)(n-4)\cdots\cdots5\cdot3\cdot1\,\alpha}{(n-1)(n-3)\cdots\cdots6\cdot4\cdot2}$$

$$分母=\frac{2(n-2)(n-4)\cdots\cdots\cdots5\cdot3\cdot1}{(n-1)(n-3)\cdots\cdots\cdots6\cdot4\cdot2}\cdot\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore\ T_n(x)=\frac{1}{\pi}\left\{\alpha+\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{1}+\frac{2\sin\alpha\cos^2\alpha}{1\cdot3}+\cdots\cdots\cdots+\frac{2\cdot4\cdot6\cdots\cdots(n-3)\sin\alpha\cos^{n-2}\alpha}{1\cdot3\cdot5\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(n-2)}\right\}$$