

電卓を用いて数表をつくる

渡 辺 十 三
(教科教育部)

1. はじめに

高校数学の教科書にのせられている数表は、次の通りである。

平方・立方・平方根・立方根表, 三角関数表, 常用対数表, 乱数表, 二項分布表, 正規分布表, t 分布表 (%点)

また, 教育統計などでよく用いられる数表には, ポアソン分布表, χ^2 分布表 (%点), F分布表 (%点) などがある。

これらの数表の作成法については, 初等的な数学を用いてくわしく説明している書物はないので, これの作成法についての質問がよくある。そこで, これらの数表を, 初等的な数学を用いて, 実際に作成してみたので, その作成法についてのあらましを述べることにする。なお, 計算は, 電卓オリベッティP602によったが, その際, これらの数表に関する内蔵関数を用いては意味がないから, これは勿論用いていない。

電卓を用いて数表を作る手順は, 大きく次の二段階になる。

(1) 数式を, 初等的な数学を用いて, プログラム化しやすいように変形する。

(2) 変形した数式をプログラム化して, 電卓で計算する。

ここで, (1)の段階がうまくゆけば, (2)の段階はそう大した問題ではないので, ここでは, 主として(1)の段階に焦点をしばって述べることにする。

2. 平方・立方表

この作成は簡単なので省略する。

3. 平方根・立方根表

これらの数表は, ニュートンの方法を用いて作成した。

(1) 平方根表

$$f(x) = x^2 - a \quad (a > 0)$$

$$f'(x) = 2x$$

よって,

$$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

より, 次の漸化式をうる。

$$a_{n+1} = a_n - \frac{a_n^2 - a}{2a_n} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{a}{a_n} \right)$$

($n = 0, 1, 2, \dots$)

プログラムでは, $a_0 = 1$ から出発して,

$|a_{n+1} - a_n| \leq \varepsilon$ になったとき反復をやめさせるようにする。

(2) 立方根表

$$f(x) = x^3 - a$$

$$f'(x) = 3x^2$$

よって, $\textcircled{1}$ より次の漸化式がえられる。

$$a_{n+1} = a_n - \frac{a_n^3 - a}{3a_n^2} = \frac{2}{3} a_n + \frac{a}{3a_n^2}$$

($n = 0, 1, 2, \dots$)

しかし, この漸化式よりは,

$$x^3 - a = 0$$

$$x^2 - \frac{a}{x} = 0 \quad \text{と変形して}$$

$$g(x) = x^2 - \frac{a}{x} \quad \text{とおくと}$$

$g'(x) = 2x + \frac{a}{x^2}$ であるから, $\textcircled{1}$ より

$$a_{n+1} = a_n - \frac{a_n^2 - \frac{a}{a_n}}{2a_n + \frac{a}{a_n^2}}$$