

は「きざみ」である。{ } 中の交項級数は、あらかじめ定めた  $\epsilon$  よりも、項打ち切り誤差が小さくなるまで計算させるようにする。

微積分の本には、技巧をこらした展開式

$$\log_e(N + \Delta x) = \log_e N + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \left( \frac{\Delta x}{2N + \Delta x} \right)^{2n-1}$$

があげられているが、電卓で計算させる場合、上記の方法で十分精度の良い値が得られる。

## 7. 二項分布表

二項分布表は、 $P_\gamma$ 、 $P_{\gamma-1}$ に関する次の漸化式を用いて作成する。

$$P_\gamma = {}_n C_\gamma p^\gamma q^{n-\gamma}, P_{\gamma-1} = {}_n C_{\gamma-1} p^{\gamma-1} q^{n-(\gamma-1)} (p+q=1)$$

$$\therefore \frac{P_\gamma}{P_{\gamma-1}} = \frac{{}_n C_\gamma p^\gamma q^{n-\gamma}}{{}_n C_{\gamma-1} p^{\gamma-1} q^{n-(\gamma-1)}} = \frac{p {}_n C_\gamma}{q {}_n C_{\gamma-1}}$$

$$= \frac{p}{q} \times \frac{\frac{n!}{\gamma! (n-\gamma)!}}{\frac{n!}{(\gamma-1)! (n-(\gamma-1))!}}$$

$$= \frac{p}{q} \times \frac{n-\gamma+1}{\gamma}$$

$$\therefore \frac{P_\gamma}{P_{\gamma-1}} = \frac{p}{q} \times \frac{(n-\gamma+1)}{\gamma}$$

$$\therefore P_\gamma = \frac{p}{q} \times \left( \frac{n+1}{\gamma} - 1 \right) P_{\gamma-1} \quad (\gamma=1, 2, 3, \dots, n)$$

## 8. ポアソン分布表

ポアソン分布表も、二項分布表と全く同じように、 $P_\gamma$ と $P_{\gamma-1}$ に関する漸化式を用いて作成する。

$$P_\gamma = \frac{e^{-\lambda} \lambda^\gamma}{\gamma!}, P_{\gamma-1} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^{\gamma-1}}{(\gamma-1)!}, (\lambda=np)$$

$$\therefore \frac{P_\gamma}{P_{\gamma-1}} = \frac{e^{-\lambda} \lambda^\gamma}{\gamma!} \times \frac{(\gamma-1)!}{e^{-\lambda} \lambda^{\gamma-1}}$$

$$= \frac{\lambda}{\gamma}$$

$$\therefore \frac{P_\gamma}{P_{\gamma-1}} = \frac{\lambda}{\gamma}$$

$$\therefore P_\gamma = \frac{\lambda}{\gamma} P_{\gamma-1} \quad (\gamma=1, 2, 3, \dots, n)$$

## 9. 正規分布表

変量Xが、平均値m、分散 $\sigma^2$ の正規分布  $N(m, \sigma^2)$  ;

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

に従うとき、変数の変換  $\frac{X-m}{\sigma} = U$  によってUは標準正規分布  $N(0, 1)$  ;

$$\phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

に従うことはすぐにわかる。変数をこのように変換すれば、どんな正規分布も、標準正規分布  $N(0, 1)$  に変えることができるから、正規分布に関する確率は、標準正規分布について計算しておけばよいわけである。そのようなわけで、

$$P(0 \leq U \leq t) = P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

におけるtと、それに対応する確率P(t)の値を表にしたものが、いわゆる正規分布表といわれているものである。ところで、この確率の値を求めるための右辺の定積分は、素直に求まるものではないので、正規分布表の作成は、この定積分の値をいかにして計算するかにかかってくる。

さて、 $e^x$ は、次のように展開される。

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

このxに $-\frac{u^2}{2}$ を代入して

$$e^{-\frac{u^2}{2}} = 1 - \frac{u^2}{1!2} + \frac{u^4}{2!2^2} - \frac{u^6}{3!2^3} + \dots$$

よって、

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{u^2}{2}} du \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t \left\{ 1 - \frac{u^2}{1!2} + \frac{u^4}{2!2^2} - \frac{u^6}{3!2^3} + \dots \right\} du \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ u - \frac{u^3}{1!2 \cdot 3} + \frac{u^5}{2!2^2 \cdot 5} - \frac{u^7}{3!2^3 \cdot 7} + \dots \right]_0^t \end{aligned}$$