のときを示し，F◇は，（項打ち切り誤差が10^{-10}より小になるのは第(10＋1)項目から，すなわち）この級数の第10項までの和を求めたことを示し，A◇は，その和（確率）が0.3413447460であることを示している。$\boxed{}$の上の10段重ねの数字（C◇）は，$t=1$としたときの①の（　）の中の第1項から第10項までの値を計算させたものである。この表の①～④をみると，これらの結果はすでに③で調べたとおりになっている。たとえば，④では，たしかに第7項からあとの項では，条件Aをみたしていることがわかる。

（表9－2）は，$t=0.1$(S)から，0.1(S)きざみで3(S)まで，項打ち切りによる誤差が10^{-10}より小になるようにして計算したものである。三段重ねの数字B◇，F◇，A◇は，上で説明した数字と全く同じ意味のものである。すなわち，B◇はtの値を示し，F◇は項打ち切り誤差を考えて計算した項の数，A◇はその和（確率）を示している。

ところで，電卓オリベッティP602では，小数点以下15桁目から下は切り捨てになるので，この表の数値には，この切り捨てによる誤差もかかわってくるが，それらは，ごく小さいものと考えられる。実際，この表の数値と，参考文献1「統計数値表JSA1972」日本規格協会の数値とくらべると，小数点以下第10位にわずかな違いがあるだけである。

（表9－3）は，上側確率2.5％の点を求める方法を示したものである。これは，まず，この点のtの値を大まかに1.96附近と予想して，1.94から0.01きざみで1.98まで，項打ち切り誤差が10^{-10}より小になるようにして計算して，その結果 2.5％点は，1.95と1.96の間にあることがわかった。それで，次には，1.958から0.001きざみで1.960まで計算して，2.5％点は1.959と1.960の間にあることがわかった。以下同様のことをくり返して，この表の終りでは，上側確率2.5％点は1.95996と1.95997の間にあることを示している。このような方法で，上側確率の％点を求めることができる。簡単に，今後この方法を〝手さぐり法〟ということにする。なお，（表9－3）のプログラムは，（表9－2）の計算結果（確率）から0.5をひき，符号を変えて印刷するようにしたものである。

10. χ^2（カイ）分布表

〔準備2〕 ガンマ関数$\Gamma(\alpha)$ （$\alpha>0$）

$$\Gamma(\alpha)=\int_0^\infty x^{\alpha-1}e^{-x}\,dx$$

（性質） $\Gamma(\alpha+1)=\alpha\Gamma(\alpha)$

これは，部分積分法によって導かれる。

また，次の等式が成り立つ。

1） $\Gamma(n+1)=n!$（nは自然数）

2） $\Gamma(1)=1$

3） $\Gamma(\frac{1}{2})=\sqrt{\pi}$

さて，確率密度関数$f_n(x)$が

$$f_n(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})}\cdot x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}dx & (x>0)\\ 0 & (x\leqq 0)\end{cases}$$

で定義される分布を，自由度nのχ^2分布という。

したがって，定積分

$$\chi_n{}^2(t)=\frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})}\int_0^t x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}\,dx\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

の値を求めることができれば，〝手さぐり法〟によって％点も求めることができる。

①において

$\frac{x}{2}=u$とおくと $x=2u$

$$\begin{array}{c|c} x & 0\longrightarrow t\\ \hline u & 0\longrightarrow \frac{t}{2}\end{array},\quad dx=2\,du$$

$$\therefore \chi^2_n(t)=\frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})}\int_0^{\frac{t}{2}}(2u)^{\frac{n}{2}-1}\cdot e^{-u}\cdot 2du$$

$$=\frac{1}{\Gamma(\frac{n}{2})}\int_0^{\frac{t}{2}}u^{\frac{n}{2}-1}e^{-u}\,du$$

$$=\frac{1}{\Gamma(\frac{n}{2})}\int_0^{\frac{t}{2}}x^{\frac{n}{2}-1}e^{-x}\,dx$$