(解) $x \equiv 7+6 \pmod{12}$ $x=1$

$x \equiv 3+12 \pmod{12}$ $x=3$

$2 \equiv x+5 \pmod{12}$ $x=9$

$6 \equiv x+8 \pmod{12}$ $x=10$

Ⅲ) 乗算式合同法

初期値：x_o

$$\underbrace{x_{i+1}}_{\boxed{\text{乱数}}} \equiv \underbrace{R}_{\boxed{\text{定数}}} \cdot x_i \quad (\bmod\ \underbrace{M}_{\text{乱数の桁数　周期をきめる定数}}) \cdots\cdots(1)$$

〔式の意味〕Rにx_i をかけ，その結果をMで割りその余りを x_i+1とする。

計算機では，x_i に初期値が入ってできた乱数x_i+1をx_iに入れる。以上をくり返す。

〔例〕(1) 式に初期値x_o =32868,R =3125 $M=10^4$ を入れると下表の通りになる。

i	$R \cdot x_i$	x_i+1
0		32768
1	102334464	4464
2	13941072	1072
3	3347855	7855
4	54231165	1165
5	3638295	8295
:	:	:
:	:	:
9	26882784	2784
10	8694432	4432

この場合の周期は，$P=5 \cdot 10^{4-2}=500$ となるので，上表のi =500 になると，1回目にもどる。すなわち同じ乱数がくり返される。

Ⅳ) 乗算合同法の条件

IBM社「データ処理技術」(1959) によれば乗算式合同法は，次のような手順と条件のもとで使うのがよいとされている。よいというのは，プログラムの簡便さ，計算機の負担の軽さ，処理速度が速いなどのことである。

(1) 1語がb ビットの2進演算計算機の場合

①初期値 x_oとして正の奇数

②定数Rとして 2 になるべく近く

$R=8t \pm 3$ (t は正の整数)

を満たすものを選ぶ。

③次の計算をくり返す

$x_{i+1} \equiv R \cdot x_i \pmod{2^b}$

$R \cdot x_i$は処理後2ビットとなり，その下のbビットをx_i+1に当てる。

(その際，計算機によっては，負の符号がついたり，オーバフローとして扱われたり，エラーになったりする場合があるから注意をすること)

④これによってx_iの系列は

1から 2^b-1 の間に一様に分布する正の整数の一様分布乱数が求まる。

(通常これを0から 2^bの一様分布乱数といっていることが多い)

⑤一様分布乱数列の周期Pは

$P=2^{b-2}$ となる。

(2) 1語がdディジット(桁)の10進演算機の場合

①初期値 x_oとして，2および5で割りきれない正の整数を選ぶ。

②定数Rとして $10^{d/2}$になるべく近く

$R=200t \pm r$ (t は正の整数)

を満たすものを選ぶ。ただし

r =3, 11, 13, 19, 21, 27, 29, 37, 53

59, 61, 67, 69, 77, 83, 91

のうちから1つ選ぶものとする。

③次の計算をくり返す。

$x_i+1 \equiv R \cdot x_i \pmod{10^d}$

$R \cdot x_i$ は2d ディット(桁)になる。

そのd 桁をx_i+1とする。

(計算機によっては若干の注意が必要である。)

④これによって x_i の系列は

1から 10^d-1 の間に一様に分布する整数の一様分布乱数が求まる。

⑤一様分布乱数の周期Pは

$P=5 \cdot 10^{d-2}$ となる。

4 乗算合同式による乱数作成実習

乱数発生のプログラミングに際し留意すべきこ