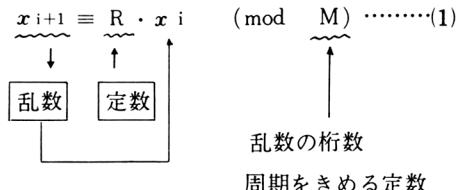


$$\begin{array}{lll}
 \text{解} & x \equiv 7 + 6 \pmod{12} & x = 1 \\
 & x \equiv 3 + 12 \pmod{12} & x = 3 \\
 & 2 \equiv x + 5 \pmod{12} & x = 9 \\
 & 6 \equiv x + 8 \pmod{12} & x = 10
 \end{array}$$

### III) 乗算式合同法

初期値:  $x_0$



〔式の意味〕  $R$  に  $x_i$  をかけ、その結果を  $M$  で割りその余りを  $x_{i+1}$  とする。

計算機では、 $x_i$  に初期値が入ってできた乱数  $x_{i+1}$  を  $x_i$  に入れる。以上をくり返す。

〔例〕 (1) 式に初期値  $x_0 = 32868$ ,  $R = 3125$

$M = 10^4$  を入れると下表の通りになる。

i	$R \cdot x_i$	$x_{i+1}$
0		3 2 7 6 8
1	1 0 2 3 3 4 4 6 4	4 4 6 4
2	1 3 9 4 1 0 7 2	1 0 7 2
3	3 3 4 7 8 5 5	7 8 5 5
4	5 4 2 3 1 1 6 5	1 1 6 5
5	3 6 3 8 2 9 5	8 2 9 5
:	:	:
:	:	:
9	2 6 8 8 2 7 8 4	2 7 8 4
10	8 6 9 4 4 3 2	4 4 3 2

この場合の周期は、 $P = 5 \cdot 10^{4-2} = 500$  となるので、上表の  $i = 500$  になると、1回目にもどる。すなわち同じ乱数がくり返される。

### IV) 乗算合同法の条件

I BM社「データ処理技術」(1959)によれば乗算式合同法は、次のような手順と条件のもとで使うのがよいとされている。よいというのは、プログラムの簡便さ、計算機の負担の軽さ、処理速度が速いなどのことである。

(1) 1語が  $b$  ビットの2進演算計算機の場合

①初期値  $x_0$  として正の奇数

②定数  $R$  として  $2^b$  になるべく近く

$R = 8t \pm 3$  ( $t$  は正の整数)

を満たすものを選ぶ。

③次の計算をくり返す

$$x_{i+1} \equiv R \cdot x_i \pmod{2^b}$$

$R \cdot x_i$  は処理後  $2$  ビットとなり、その下の  $b$  ビットを  $x_{i+1}$  に当てる。

(その際、計算機によっては、負の符号がついたり、オーバーフローとして扱われたり、エラーになったりする場合があるから注意をすること)

④これによって  $x_i$  の系列は

1から  $2^b - 1$  の間に一様に分布する正の整数の一様分布乱数が求まる。

(通常これを 0から  $2^b$  の一様分布乱数といっていることが多い)

⑤一様分布乱数列の周期  $P$  は

$$P = 2^{b-2}$$

(2) 1語が  $d$  ディジット(桁)の10進演算機の場合

①初期値  $x_0$  として、2および5で割りきれない正の整数を選ぶ。

②定数  $R$  として  $10^{d/2}$  になるべく近く

$R = 200t \pm r$  ( $t$  は正の整数)

を満たすものを選ぶ。ただし

$r = 3, 11, 13, 19, 21, 27, 29, 37, 53$   
59, 61, 67, 69, 77, 83, 91

のうちから1つ選ぶものとする。

③次の計算をくり返す。

$$x_{i+1} \equiv R \cdot x_i \pmod{10^d}$$

$R \cdot x_i$  は  $2d$  ディジット(桁)になる。

その  $d$  桁を  $x_{i+1}$  とする。

(計算機によっては若干の注意が必要である。)

④これによって  $x_i$  の系列は

1から  $10^d - 1$  の間に一様に分布する整数の一様分布乱数が求まる。

⑤一様分布乱数の周期  $P$  は

$$P = 5 \cdot 10^{d-2}$$

となる。

## 4 乗算合同式による乱数作成実習

乱数発生のプログラミングに際し留意すべきこ