

〔アルゴリズム〕

数列 $\{I_n\}$ の和 S_n を求めるのであるから、流れ図は例 2 の場合と同様である。

$$I_k = \frac{4}{n} \left(1 + \frac{4}{n} \times k\right)^2$$

より、流れ図は図 6 のようになる。

ここで、図 7 のように、長方形の面積の和を、仮に内面積、外面積と呼ぶことにし、それぞれ S_n 、 T_n とし、求める面積を S とする

$$S_n < S < T_n$$

となる。

ところで、この場合には、 $\{S_n\}$ は単調増加、 $\{T_n\}$ は単調減少であり、 $n \rightarrow \infty$ のとき $T_n - S_n \rightarrow 0$ であることを

利用し、 S を S_n と T_n とではさみつけることによって S の値を求める。

〔計算の結果と考査〕

表 5 は、区間 $(1, 5)$ を n 等分し、そのときの内面積と外面積の値をパソコンで求めたものである。

表からわかるように、区間 $(1, 5)$ を 5000 等分したとき、 $S_n = 41.32 \dots$ 、 $T_n = 41.34 \dots$ であるから $S = 41.3 \dots$ であることがわかる。

このように、積分を知らなくとも面積の近似値は求められるが、 $n = 5000$ のとき S_n 、 T_n の値を求めるのに、計算の迅速なパソコンでも 2 分 20 秒かかった。

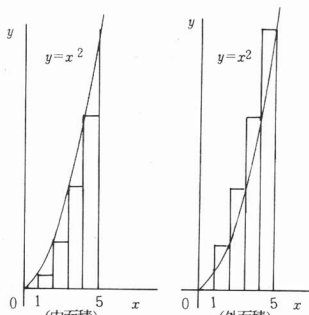


図 7

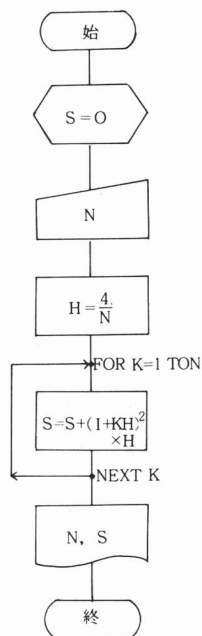


図 6

表 5 区分求積法

7アソキユウセキ

ホウブツセン Y=X*X トチヨクセン X=1, X=5
オヨビ Xシク デ カコマレタ メンセキ

アソキユウ	ウチメンセキ	ソトメンセキ
1	4	100
2	20	68
3	26.518518	58.518519
4	30	54
5	32.16	51.36
6	33.62963	49.62963
7	34.693878	48.408163
8	35.5	47.5
9	36.131687	46.798354
10	36.64	46.24
20	38.96	43.76
30	39.745185	42.945185
40	40.14	42.54
50	40.3776	42.2976
60	40.536296	42.136296
70	40.649796	42.021224
80	40.735	41.935
90	40.801317	41.867983
100	40.8544	41.8144
200	41.0936	41.5736
300	41.173451	41.493451
400	41.213399	41.453399
500	41.237375	41.429375
600	41.253362	41.413362
700	41.264782	41.401925
800	41.273348	41.393348
900	41.280011	41.386678
1000	41.285342	41.381342
2000	41.309331	41.357331
3000	41.317328	41.349328
4000	41.321325	41.345325
5000	41.323723	41.342923

これを定積分で計算すると $\int_1^5 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^5 = \frac{124}{3}$ と 10 秒もあれば十分である。このことから、生徒は積分の計算のすばらしさに気付くだろうしひいては、先人の残してくれた文化のありがたさを認識させる好機だと思う。

区分求積法で n 等分するとき、従前は n をそう大きくすることはできなかったが、パソコンの導入により、この例のように 5000 等分して計算できるようになった。

なお、このように面積をパソコンを使って求める場合、区分求積法は効率的でない。ここでは、積分についての理解をより印象づけ深めることをねらいとしており、ただ面積を求めるだけならば、台形公式・中点公式・シンプソンの公式などを利用することになろう。