

(5) 三角関数の極限

例5 角 x の絶対値が小さいとき、 $\sin x$ 、 $\frac{\sin x}{x}$ の値を求める。

〔ねらい〕

「微分・積分」で、三角関数の導関数を学習するとき、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ はその手がかりとなる大切な式である。この式を $x \div 0$ のとき、 $\sin x \div x$ などと書くことがあるが、どの程度小さい角 x に対して、 $\sin x$ の値がどの程度 x に等しいのかを調べるために、ある x に対して $\sin x$ と $\frac{\sin x}{x}$ の値を求める。これによって、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ の理解の手助けとしたい。

〔アルゴリズム〕

パソコンに SIN 関数が組み込まれているので、それを使うと、流れ図は図8ようになる。

〔計算の結果と考察〕

表6は、 X と X に対応する $\sin X$ と $\frac{\sin X}{X}$ の値を計算し示したもので、パソコンで作成した。

表より、例えば、 X が 0.06 以下のときは、 $\sin X$ の値は

小数第5位を四捨五入すれば X の値に等しくなることがわかる。このような表は、パソコンの導入によって容易に作成できるようになった。

図9は、 $\sin X$ の一次近似の様子をパソコンで描いたもので、これによって X と $\sin X$ の値の近似の程度を視覚的にとらえさせたい。

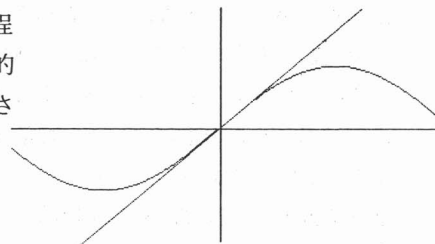


図9

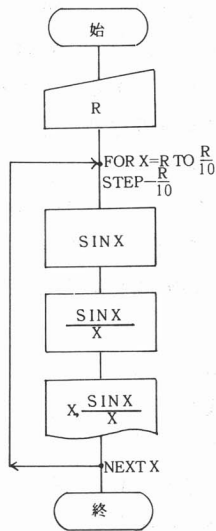


図8

表6 $\frac{\sin x}{x}$ の値

X	SIN(X)	SIN(X)/X
1	0.84147098	0.84147098
0.9	0.78332691	0.87036323
0.8	0.71735609	0.89669511
0.7	0.64421769	0.92031098
0.6	0.56464248	0.94107079
0.5	0.47942554	0.95885108
0.4	0.38941834	0.97354586
0.3	0.29552021	0.98506736
0.2	0.19866933	0.99334665
0.1	0.099833416	0.99833416
0.09	0.089878549	0.99865054
0.08	0.079914694	0.99893367
0.07	0.069942847	0.99918353
0.06	0.059964006	0.9994001
0.05	0.049979169	0.99958338
0.04	0.039989334	0.99973335
0.03	0.0299955	0.99985
0.02	0.019998667	0.99993333
0.01	.99998334E-02	0.99998333

(6) グラフ (単振動の合成)

例6 $y = a \sin ux$ 、 $y = b \cos vx$ のグラフを描き、その後、これらを合成した $y = a \sin ux + b \cos vx$ のグラフを描く。

〔ねらい〕

パソコンのもつグラフィックス機能を利用して、同一方向の単振動を合成したグラフを描き、単振動の振幅や周期のちがいで、さまざまな波形になることを視覚的にとらえさせる。

これによって、同周期の場合、合成したものが単振動になることを印象づけたい。「数学Ⅱ」「基礎解析」で三角関数のグラフ、周期性を学習した後に取り扱う。

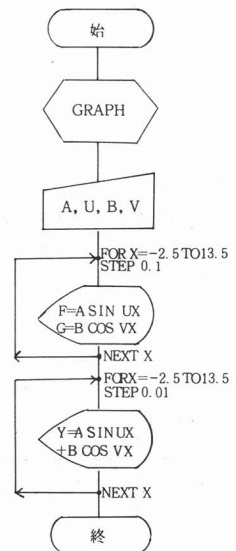


図10