

(ex, 3) 次の論理式の各項の指数を数えよ。

$$Z = 000 + 011 + 111$$

(指数) 0 2 3

$$Z = \Sigma (001, 011, 101)$$

(指数) 1 2 2

(ex, 3') 次の論理式を指数によって分類し10進数を併記せよ。

$$Z = \Sigma (0000, 0010, 0101, 0011, 0111, 1010, 1110, 1111)$$

10進数	2進数
0	0000
2	0010
3	0011
5	0101
10	1010
7	0111
14	1110
15	1111

等の線は指数による分類線である。

$$Z = \Sigma (0001, 0011, 1100, 1101)$$

10進数	2進数
1	0001
3	0011
12	1100
13	1101

(基本事項 4)

論理関数を2進数表示した場合 $A + \bar{A} = 1$ が応用できるためには(簡単化のねらいから)その項の指数が1だけ違っている必要がある。そして $A + \bar{A} = 1$ を適用して消去された変数のけたを (dash) で置きかえる。

(ex, 4)

$$\begin{aligned} Z &= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + A\bar{B}\bar{D} + ABD \\ &= \bar{A}B(\bar{C} + C) + AB(\bar{D} + D) \dots\dots(1) \\ &= \bar{A}B + AB \\ &= B(\bar{A} + A) \\ &= B \end{aligned}$$

上式を2進数表示に書きあらためると

	(2進表示)	(指数)
第一項	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	010 1
第二項	$\bar{A}BC$	011 2
第三項	$A\bar{B}\bar{D}$	110 2
第四項	ABD	111 3

すなわち指数の1だけ違う第1項と第2項, それに第3項と第4項を組合せて変数の消去を行っている((1)式参照)のうかがえる。

ところで, 第2項と第4項も指数が1だけ違うが組合せはできない。

なぜならば3番目の変数が第2項ではCであり, 第4

項ではDとなって異っているからである。

したがって, 2進数表示をした場合, 変数に対応する2進数のけたを明示すべきであることがわかる。

一般には, 変数が消去されても, けたの位置を明確にするために- (dash) が使用される。

第2項 011-

第4項 11-1

(ex, 4') 次の論理式を2進表示になおせ。

$$AB + A\bar{B} = A$$

$$11 + 10 = 1-$$

$$A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}C\bar{D} = A\bar{B}\bar{D}$$

$$1100 + 1110 = 11-0$$

(ex, 4'') 次の2進数を組合せ, 簡単化せよ。

$$0001, 0011, 0101, 0110, 1110,$$

指数によって分類すると

1	0001
3	0011
5	0101
6	0110
14	1110

指数が1だけ違う項の組合せは

1, 3	1, 5	1, 6
3, 14	5, 14	6, 14

の6とおりでである。

次に変数の消去を行なうと

1	0001	1	0001	1	0001
3	0011	5	0101	6	0110
	00-1		0-01		消去できない
3	0011	5	0101	6	0110
14	1110	14	1110	14	1110
	消去できない		消去できない		-110

上のように消去できない組合せに注目すると, 指数が1だけ違うという条件だけでは変数の消去はできない。すなわち, 指数の違うけたが1けたでなければならない。

再記すると

(消去できる場合)	(消去できない場合)		
6	0110	5	0101
14	1110	14	1110
	-110		-1--
	※		※ ※※
	(1けた)		(3けた)

「Q-M法」とは, $A + \bar{A} = 1$ を利用して論理変数を消去する手続きを, 機械的にくり返して論理式の簡単化を行なう方法である。

では基本事項にもとづき, その手順を例題によって述べることにする。