

高 校 教 材

統計的推測の指導

—仮説の検定を中心として—

第 1 研修部 津 田 俊 晴

1 はじめに

高等学校学習指導要領解説(数学編, 1972, 文部省)の数学Ⅲには、「統計的な推測における基本的な考え方について理解させる」とある。

そして、推定と検定をあげている。ここでは、このうちの検定について考察し、そこにある基本的な考え方を明らかにしてみたい。

2 指導内容

考えられる指導内容は、次の(1)~(3)であろう。

- (1) 仮説を棄却するときの考え
- (2) 平均値の検定
- (3) 片側検定・両側検定の考え

3 仮説の検定

指導内容の概略をみるために、仮説の検定を概観してみよう。

(1) 仮説を棄却するときの考え

「表の確率が $\frac{1}{2}$ であると主張されている一つの銅貨がある。この銅貨を10回投げたら、表が9回でたとすると、はじめの主張は採用しようか。」

この例を偶然変動で考えてみる。

① 統計的仮説

母集団は二項分布 $P_r(X=x) = {}_n C_x p^x (1-p)^{n-x}$ に従い、 $n=10$ のとき $p = \frac{1}{2}$ と仮定する。

② 有意水準

表の回数 X の実現値と期待度数 $E(X)$ とのずれ $|X-5|$ を考え、 $P_r(|X-5| \geq a)$ を求めると、 $a=4$ のとき 0.0215、 $a=3$ のとき 0.1094 となる。

そこで、有意水準 α を 0.0215 とする。

③ 偶然変動の範囲

$|X-5|$ が、偶然変動の範囲にあるかどうかの判定基準として、②により「 $|X-5| \geq 4$ ならば、

偶然変動の範囲にない」を採用する。

したがって、棄却域 w は $\{x \mid |x-5| \geq 4\}$ と定まる。

④ 仮説の棄却

標本点 $x=9$ は w に属するので、仮説 $p = \frac{1}{2}$ は棄却される。

仮説を棄却するときの考えを4段階にわけて展開したが、この展開から検定法は棄却域 w を定めることによってきまるといえる。

したがって、ここでの基本は有意水準と偶然変動の考えである。

(2) 平均値の検定

「点数の分布が正規分布 $N(60, 5^2)$ に従うようにつくられていると主張されているテストがある。

ある人が無作為に選んだ10人に、このテストを試みたら、その平均は56点であった。はじめの主張は採用しようか。」

この例を $\sigma=5$ として検定してみよう。

① 統計的仮説

母集団は $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ に従うので、 $Z = \frac{(\bar{X}-\mu)\sqrt{n}}{\sigma}$ とおくと、 $N(0, 1^2)$ に従う。

したがって、 $n=10, \sigma=5$ のとき $\mu=60$ と仮定する。

② 有意水準

試みによる平均 X の実現値と期待平均 $E(X) = \mu$ とのずれ $|X-60|$ を考え、有意水準 α を 0.05 とする

$$P_r(|X-60| \geq a) = 0.05 \text{ より } a \text{ を求める。}$$

$$P_r(|Z| \geq \frac{a\sqrt{10}}{5}) = 0.05$$

$$I(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \text{ の表から } \frac{a\sqrt{10}}{5} = 1.96$$