∴ $a=3.0993$

③ 偶然変動の範囲

偶然変動の範囲にあるかどうかの判定基準として「$|X-60|\geqq 3.0993$ ならば，偶然変動の範囲にない」。を採用する。

したがって，棄却域 w は $\{x\,|\,|x-60|\geqq 3.0993\}$ と定まる。

④ 仮説の棄却

標本点 $x=56$ は w に属するので，仮説 $\mu=60$ は棄却される。

以上から，仮説を棄却する論理は，離散的な場合でも，連続的な場合でもかわりないことが知られる。

そして，ここからの発展として考えられるのは，「第一種の過誤と第二種の過誤」であろう。

(3) 片側検定・両側検定の考え

① 検定力関数

第一種の過誤は，仮説 H_0；$\mu=\mu_0$ が正しいのに標本点 X が棄却域 w に属するために起こるものでその確率は $P_r(X\in w\,|\,\mu=\mu_0)$ で有意水準 α に等しい。

これに対して第二種の過誤は，R を標本空間（関心の結果空間）とすると，H_0 が正しくないのに標本点 X が $R-w$ に属するために起こるものでその確率は $P_r(X\in R-w\,|\,\mu\neq\mu_0)$ である。

$\beta(\mu,w)=P_r(X\in w\,|\,\mu)$ は w をきめると μ の関数となるので，これを w に対する検定力関数という。

H_0 が有意水準 α で棄却されたとき，$\mu\neq\mu_0$ が受け入れられるが，それは $\mu\neq\mu_0$ について，どのような場合が考えられるかを想定したものである。

この想定を対立仮説 H_1 という。

H_1；$\mu=\mu_1$ とすると

$$
\begin{aligned}
&P_r(X\in R-w\,|\,\mu_1)\\
&\quad=1-P_r(X\in w\,|\,\mu_1)\\
&\quad=1-\beta(\mu_1,\ w)
\end{aligned}
$$

なる関係がある。

ここでの $\beta(\mu_1,\ w)$ は H_0 が正しくないときに H_0 を棄却する確率である。

したがって，$\beta(\mu_1,\ w)$ が大きいほど，H_1 が正しいときの第二種の過誤を犯す確率は小さくなる。

検定には，この2種類の過誤は必ずつきまとうもので，一方を小さくすれば必ず他方が大きくなる。

② Neyman, Pearson の考え方

「正規母集団 $N(\mu,\ 1_2)$ についての帰無仮説 H_0；$\mu=0$ を検定することを考える」。

この例を有意水準 $\alpha=0.05$，サンプルの大きさを n として考えてみる。

ア H_1；$\mu\neq 0$ の場合

棄却域は，$w_1=\{x\,|\,|x|\geqq\frac{1.96}{\sqrt{n}}\}$ と定まる。

したがって，検定力関数は

$$
\begin{aligned}
\beta(\mu,\ w_1)&=P_r(X\in w_1\,|\,\mu)\\
&=\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-\frac{1.96}{\sqrt{n}}}e^{-\frac{n(X-\mu)^2}{2}}dX\\
&\quad+\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2\pi}}\int_{\frac{1.96}{\sqrt{n}}}^{\infty}e^{-\frac{n(X-\mu)^2}{2}}dX\\
&=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-\sqrt{n}\mu-1.96}e^{-\frac{Z^2}{2}}dZ\\
&\quad+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\sqrt{n}u+1.96}^{\infty}e^{-\frac{Z^2}{2}}dZ
\end{aligned}
$$

で与えられる。

$$
\begin{aligned}
\frac{d}{d\mu}\beta(\mu,w_1)=&-\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\sqrt{n}\mu+1.96)^2}{2}}\\
&+\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\sqrt{n}\mu-1.96)^2}{2}}
\end{aligned}
$$

より，$\mu>0$ ならば，$\frac{d}{d\mu}\beta(\mu,\ w_1)>0$

$\mu<0$ ならば，$\frac{d}{d\mu}\beta(\mu,\ w_1)<0$

$\mu=0$ ならば，$\beta(\mu,\ w_1)=0.05$

$\lim_{\mu\to\pm\infty}\beta(\mu,w_1)=1$

（参考）

検定力関数は，次のようにも表現できる。

「$X\leqq-\frac{1.96}{\sqrt{n}}$ または $X\geqq\frac{1.96}{\sqrt{n}}$」を

「$(X-\mu)\sqrt{n}+\mu\sqrt{n}\leqq-1.96$ または

$(X-\mu)\sqrt{n}+\mu\sqrt{n}\geqq 1.96$ と変形して，

$$
\begin{aligned}
「\beta(\mu,\ w)&=P_r(Z\in w\,|\,\mu)\\
&=P_r(Z+\mu\sqrt{n}\leqq-1.96)\\
&\quad+P_r(Z+\mu\sqrt{n}\geqq 1.96)
\end{aligned}
$$

ただし，$w=\{Z\,|\,|Z|\geqq 1.96\}$

$\beta(0,\ w)$，$\beta(0.1,\ w)$，…………を $I(x)$ の表から求めて，検定力関数のグラフをかくことができる。

イ H_1；$\mu<0$ の場合

棄却域は，$w_2=\{x\,|\,x\leqq-\frac{1.65}{\sqrt{n}}\}$ と定まる。