

# 学習指導の最適化をはかるための手だて

小・中学校教材

## 関数の定義の指導をめぐって

第1研修部 戸田満夫

### 1. 教科書にみられる関数の定義

関数の定義がとりあげられるのは、中学数学1年から各教科書では次のように記述されている。

T 社 数 学 I	一般に集合 $X$ の要素 $x$ を1つきめると、それにつれて、集合 $Y$ の要素が1つだけきまるとき、このような対応を集合 $X$ から集合 $Y$ への関数という。
K 社 数 学 I	一般に2つの集合 $X, Y$ があって、 $X$ の要素をきめるとそれに対応して $Y$ の要素が1つきまるとき、この対応を集合 $X$ から集合 $Y$ への関数という。
K, S 社 数 学 I	2つの集合 $X, Y$ があって $X$ の要素 $x$ が決まればそれに対応して、 $Y$ の要素 $y$ があるきまりで1つ決まるとき(一意対応)この $X$ から $Y$ への対応の規則を関数という。または、 $y$ は $x$ の関数であるともいう。
G 社 数 学 I	2つの集合 $A, B$ があって、 $A$ のどの要素 $x$ に対しても、 $B$ の要素 $y$ を1つだけ対応させることができるとき、この対応のきまりを、 $A$ から $B$ への関数という。
D 社 数 学 I	2つの集合 $X, Y$ の要素を $x, y$ とするととき $x$ の値に対応する $y$ の値の決まり方にはいろいろあるが、それらは、 (1) どの $x$ の値に対しても、 $y$ の値が1つだけ対応する。 (2) ある $X$ の値に対しては、 $y$ の値が2つ以上対応する。 のどちらかである。2つの集合 $X, Y$ があって $X$ のどの要素 $x$ に対しても $Y$ の要素 $y$ がただ1つだけ対応するとき、その対応を $X$ から $Y$ への関数という。

これらの定義は次のように分類される。

(1) 2つの変数 $x, y$ があって $x$ のとり値が変わるにつ

れ、 $y$ のとり値が変わっていくとき、 $y$ は $x$ の関数である。

- (2) 2つの変数 $x, y$ があって $x$ の値が決まると、それに応じて $y$ の値も定まるとき、 $y$ は $x$ の関数である。
- (3) 2つの集合 $X, Y$ があって、 $X$ のどの要素 $x$ に対しても、 $Y$ の要素がただ1つだけ対応するとき、その対応の規則を $X$ から $Y$ への関数という。
- (4) 2つの集合 $X, Y$ があって $X$ のどの要素 $x$ に対しても、 $Y$ の要素がただ1つだけ対応するとき、その対応を、 $X$ から $Y$ への関数という。
- (5) 2つの集合 $X, Y$ があって $X$ のどの要素に対しても $Y$ の要素 $y$ がただ1つだけ対応するとき、順序対 $(x, y)$ の集合を関数という。

このような分類の結果、小学校では関数の定義にはふれないが、関数の意味を(1)(2)に重点を置いて指導し、中学校では(3)(4)の立場から、2つの集合の要素の関係という広い意味で指導し、(5)は方程式や、不等式のグラフと関連させて、より一般的な立場から指導している。

### 2. 「定義」をとりあげるにあたって

関数の定義を、岩波書店：現代数学概説I（現代数学1）：弥永昌吉、小平邦彦著に求めると、

$\Gamma=(G, M, N)$ を $M$ から $N$ への対応とするととき、その定義域 $D$ の任意の要素 $x$ に対して、 $\Gamma(x)$ が $N$ のただ1つの要素から成るならば、 $\Gamma$ は一価であるという。 $\Gamma$ が一価であるとき、 $\Gamma$ によって $x$ に対応する値を $y$ とすれば、 $\Gamma(x)=\{y\}$ であるが、これを略してしばしば、 $\Gamma(x)=y$ と書く。

一価であって、しかも  $Dom\Gamma=M$  であるような対応を $M$ における関数または写像という。]・・・のように記述されている。これを図で表現すれば、次のようになる。