

— 正規分布表は、どのようにして作るのですか —

教科教育部 渡 辺 十 三

話は少し古くなりますが、国公立大共通一次試験が54年1月13, 14の両日に渡って実施され、その結果の得点分布、平均点(636.1点)、標準偏差(134.3点)などが、大学入試センターから、2月6日の新聞紙上に発表されました。そして、ある新聞では、今回の試験の得点分布が、およそ正規分布をしているので、自分の得点から、自分が全体の中で、およそ上から何%の位置にあるかを、正規分布表を用いて知る方法についても簡単にのべてありました。

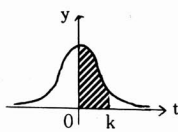
ふつう、正規分布表といわれているものは、平均値が0、標準偏差が1の正規分布(これを標準正規分布といいます)曲線

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$$

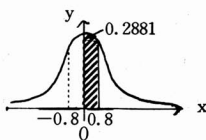
において、右図 k の値と、それに対応する斜線部分の面積(確率)とを表にしたものをいいます。右の表はその一部です。ここで、 k は、平均から、標準偏差の k 倍ずれていることを示す値です。また、この曲線と x 軸とで囲まれた部分の面積は1で、 y 軸は、この面積を2等分していますので y 軸の左右の部分はそれぞれ0.5となります。それで、たとえば、平均から、標準偏差の0.8倍ずれているものは、全体の中で、上から、

0.5-0.2881=0.2119 すなわち、約21%の位置にあることがわかるわけです。また、この曲線は、 y 軸に関して対称ですから、平均

から、標準偏差の-0.8倍ずれているものは、全体の中で、上から0.5+0.2881=0.7881、すなわち、約



k	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^k e^{-\frac{t^2}{2}} dt$
0.0	0.0000
0.8	0.2881
1.2	0.3849



79%の位置にあることがわかります。

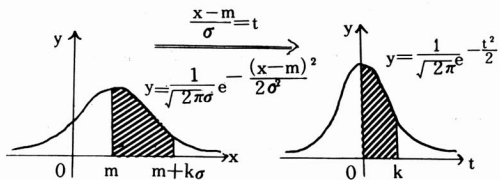
たとえば、今回の共通一次試験で、798点の人は、自分の得点が、平均点から標準偏差の

$$(798-636.1) \div 134.3 \approx 1.2$$

倍ずれていますから、この表によって、全体の上から、 $0.5-0.3849=0.1151$ 、約11~12%の位置にいることがわかる、というわけです。

この正規分布表は、統計の本はもちろん、高校の数ⅡA、数Ⅲ、応用数学の教科書のうしろに、付表としてかかげられてあり、極めて大切な表なのですが、どうしたわけか、この表のつくり方について、くわしく書いてある本はありません。それで、いろいろな方々から、正規分布表は、どのようにして作るのですか、という標題のような質問をされます。そこで、今回は、私の作った正規分布表について、その作成法をのべることにします。

さて、正規分布は、平均値 m と、標準偏差 σ によって決まる分布なので、この曲線はいろいろあるわけですが、実は、ちょっとした変数変換をすることによって、結局図のように、標準正規分布の場合に帰結されることがわかっています。(この部分の説明



は、数Ⅲの教科書にくわしく書いてあります。) このようなわけで、

$$P(k) = P(0 \leq T \leq k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^k e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad \text{①}$$

として、この k の値と、それに対する確率

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^k e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

を表にしたものが、正規分布表なのです。つまり、正規分布表の実体は、この定積分であったわけです。