Ⅲ　研究の内容

1.　はじめに

3次元図形をスクリーン等の平面に表示するためには，実に多くの処理が必要となる。本研究ではワイヤフレームモデルによる，3次元グラフィックスの処理について考えてゆくことにする。

ワイヤフレームモデルをスクリーン上に表示するための手順は次のようになる。

(1)　視点座標系（左手系）で3次元図形を定義する。….<形状定義>

(2)　3次元図形の平行移動，回転等の移動後の座標を求める。….<座標変換>

(3)　3次元図形に遠近をつけて，投影面に投影する。….<透視投影>

(4)　3次元図形をスクリーン上の定められた位置に表示する。….<ビューポート変換）

(5)　スクリーンの表示範囲よりはみ出した部分を取り去る。…<クリッピング>

2.　形状定義

ワイヤフレームモデルでは，物体の各頂点の座標値と，これらの頂点を結ぶ稜線のつながり具合を，データとして定義する必要がある。それには各頂点に番号をつけ，各頂点の座標値を定義したうえで，つながっている2つの頂点の番号を示すことで，結びつきの状態を定義する。

3.　座標変換

座標原点に視点をおいた視点座標系（左手系）を用いると，視点の移動にともなう座標変換の処理は，比較的簡単にできる。3次元の移動量を，視点の移動量で表すことにすると，3次元の物体は逆の方向に移動したように見える。

視点が移動して，3次元空間の点P（x，y，z）が点P′（X，Y，Z）に移動したものとして，以下の移動や回転を考える。

(1)　視点の平行移動

X，Y，Z各軸方向の視点の移動量をそれぞれℓ，m，nとすると

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = T_n \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \qquad T_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \ell \\ 0 & 1 & 0 & m \\ 0 & 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(2)　視点（座標軸回り）の回転

視点座標系の座標軸回りの回転は，X軸回りについてはYからZへ，Y軸回りについてはZからXへ，Z軸回りについてはXからYへの回転を正の方向とする。

(i)　視点のX軸回りの回転

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = T_{\theta x} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \qquad T_{\theta x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_x & \sin\theta_x & 0 \\ 0 & -\sin\theta_x & \cos\theta_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(ii)　視点のY軸回りの回転

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = T_{\theta y} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \qquad T_{\theta y} = \begin{pmatrix} \cos\theta_y & 0 & -\sin\theta_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_y & 0 & \cos\theta_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(iii)　視点のZ軸回りの回転

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{pmatrix} = T_{\theta z} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \qquad T_{\theta z} = \begin{pmatrix} \cos\theta_z & \sin\theta_z & 0 & 0 \\ -\sin\theta_z & \cos\theta_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(iv)　3軸回りの回転

$$\boxed{T_\theta} = T_{\theta z} T_{\theta x} T_{\theta y} = \begin{pmatrix} \cos\theta_y \cos\theta_z + \sin\theta_x \sin\theta_y \sin\theta_z & \cos\theta_x \sin\theta_z & -\sin\theta_y \cos\theta_z + \sin\theta_x \cos\theta_y \sin\theta_z & 0 \\ -\cos\theta_y \sin\theta_z + \sin\theta_x \sin\theta_y \cos\theta_z & \cos\theta_x \cos\theta_z & \sin\theta_y \sin\theta_z + \sin\theta_x \cos\theta_y \cos\theta_z & 0 \\ \cos\theta_x \sin\theta_y & -\sin\theta_x & \cos\theta_x \cos\theta_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$