(1)〜(3)を視点を変えてまとめてみると次のようになる。

<まとめ1>

点Pが線分ABを m：n に分ける（内分，外分のいずれでも）⇔ 三点A，B，Pの原点Oに関する位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{p}$ とすると $\vec{p}=\dfrac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}$

⇕

三点A，B，Pが一直線上にある（その順序に関係なく）⇔ $\vec{AP}=k\vec{AB}$

⇕

$\vec{p}=(1-k)\vec{a}+k\vec{b}$　（k：実数）

⇕

$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$　$(s+t=1)$

<まとめ2>

(ｱ) 点Pが「直線」AB上を動く ⇔ $\vec{p}=(1-k)\vec{a}+k\vec{b}$　ただし，kは任意の実数

P　A　P　B　P　ℓ

（Pは ℓ 上のどこでもよい）

(1)〜(3)のすべてを含む

⇕

$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$，ただし，s，tはs＋t＝1をみたすすべての実数

(ｲ) 点Pが「線分」AB上を動く ⇔ $\vec{p}=(1-k)\vec{a}+k\vec{b}$　ただし，$0\leqq k\leqq 1$

A　P　B　ℓ

（Pは線分AB上）

(1)のときだけ

⇕

ただし

$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}\,(s+t=1,\ 0\leqq s\leqq 1,\ 0\leqq t\leqq 1)$

（注）Pが半直線上の場合は省略

<まとめ3>

三点A，B，Pが一直線上にある (1)〜(3)のすべてを含む ⇔ $\vec{AP}=k\vec{AB}$ をみたす実数kが存在する

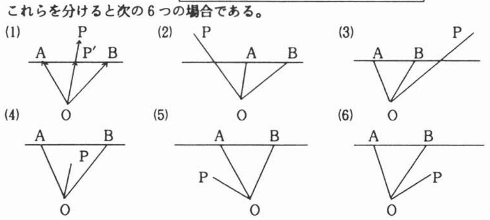
⇕

$\vec{AP}-k\vec{AB}=\vec{0}$　$\therefore \vec{AP}-k(\vec{AP}+\vec{PB})=\vec{0}$　$\therefore (1-k)\vec{AP}-k\vec{PB}=\vec{0}$

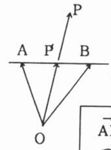
ここで，$1-k=\alpha$，$-k=\beta$ とすると，結局

$\alpha\vec{AP}+\beta\vec{PB}=\vec{0}$ をみたす実数 α，β が存在する

最後に，問題になるのは 三点A，B，Pが一直線上にないとき である。これらを分けると次の6つの場合である。



いずれの場合も同じ考えだから(1)のときについて考察すると



点A，B，P，P′ のOに関する位置ベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{p}$，$\vec{p'}$ とする

$\vec{AP}\neq k\vec{AB}$ は明白である。しかし，$\vec{OP}=s\vec{OA}+t\vec{OB}$ つまり $\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}$ をみたす実数s，tが存在するのもまた明白，ただし，明らかに，今までのことから $s+t\neq 1$

実際には

図では，P′が線分ABにあるから，$\vec{p'}=\ell\vec{a}+m\vec{b}$，$(\ell+m=1,\ 0\leqq\ell\leqq 1,\ 0\leqq m\leqq 1)$ 又，$\vec{p}=h\vec{p'}$，$(h>1)$

$\therefore$　$\vec{p}=h\ell\vec{a}+hm\vec{b}$　ここで，$h\ell+hm=h(\ell+m)=h>1$

$\therefore$　明らかに，$h\ell=s$，$hm=t$ とすると，

$\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}\ (s+t>1)$

(2)〜(6)については省略）

4．評価と反省

具体的にこれをどのように展開したのかを書くスペースはありませんので省略しますが，この資料でまとめをやって，問題演習をやってみた結果は，少なくともそれまで生徒の頭の中で整理されていなかった部分が多少とも整理されるようになったことが大きな効果であったようです。高校の数学では，どうしても「定義から定理」への流れがあいまいなため，計算がめんどうだったり，新しい記号が出てくると敬遠されますが，指導するとき注意したいと思います。

5．最後に

生徒のニーズに合わせた授業を効果的に行うということは，大変難しいことですが，「生徒の顔↔反応」を常に頭においた授業を展開しなければと感じております。そのための教材・資料の研究と工夫を十分行い，例え，受験対策の内容であっても数学的概念のニュアンスの感じさせられる授業につながればと思います。